

# Le nombre à l'école maternelle:

*S'outiller pour mieux comprendre l'effet  
des situations proposées sur les  
apprentissages des élèves*

Mercredi 11 décembre 2019

Circonscriptions de Boulogne 1 et Boulogne 2

*Karine Vieque*

*Conseillère Pédagogique Départementale en Mathématiques (62)*

*Doctorante en Didactique des mathématiques – Laboratoire LDAR*

- Introduction : Apports de la recherche
- Du côté didactique : savoir et connaissances
- Construire le nombre pour exprimer une quantité
- Composer, décomposer
- Conclusion

## Rapport Villani Torossian – Plan Maths



### Objectifs:

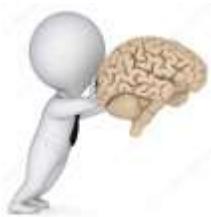
Permettre la réussite de tous : gérer les interventions pour assurer les apprentissages

- Prévenir les échecs et l'anxiété : à travers des démarches adaptées et diversifiées
- Traiter en temps réel les difficultés, aider les élèves à les surmonter, connaissance des modalités d'apprentissage
- Remédier si les difficultés ne sont pas surmontées par les interventions pédagogiques de premières intentions

# Les apports de la recherche

De l'approximatif au précis, les débuts du symbolique...

## Psychologie cognitive du développement



« Sujet » cognitif



Processus  
d'apprentissage



Cheminement  
cognitif

## La didactique des mathématiques



« Elève »



Itinéraires cognitifs  
(progressions)



Pratiques enseignantes

Apports de la recherche  
internationale sur les  
inégalités



Michel Fayol

Intuitions innées, ou habiletés de base précoces

« Existence d'intuitions innées qui guideraient l'enfant dans ses apprentissages et ses acquisitions ultérieures »

## Perception des grandeurs et des quantités

capables de différencier  
une quantité  
de **un, deux**, et **trois**



capables de **discriminer**  
de **grandes quantités** et  
grandeurs



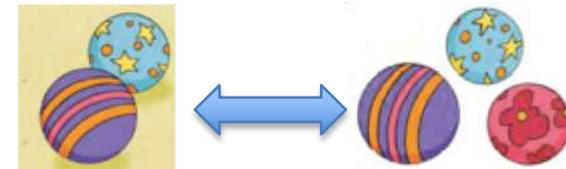


Michel Fayol



## Capacités de base

Cette capacité de base permettrait:



Une **estimation approximative**  
et une **comparaison** rapide des  
**quantités et grandeur**

La **perception**  
**d'ajouts et de retraits**  
et leurs effets

Inégalités

Différences interindividuelles



Michel Fayol

D'importantes différences à l'entrée à l'école maternelle

- La **discrimination précise** des petits ensembles de 1 à 3
- La discrimination approximative des grandes quantités (4 et plus)
- La connaissance hésitante des premiers noms de nombres



Michel Fayol



Psychologie cognitive du  
développement

Les enjeux pour  
réduire les inégalités

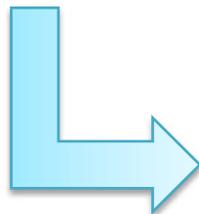
d'un traitement intuitif et approximatif

Favoriser le **passage**

des grandeurs et des quantités

à un traitement précis

De l'intuition des **grandeurs et des quantités**



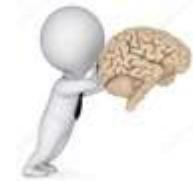
aux **nombres** naturels



# De l'approximatif au précis, les débuts du symbolique...



Le rôle du langage, des systèmes symboliques



VERBALISER

**L'approximation** s'améliore en fonction de

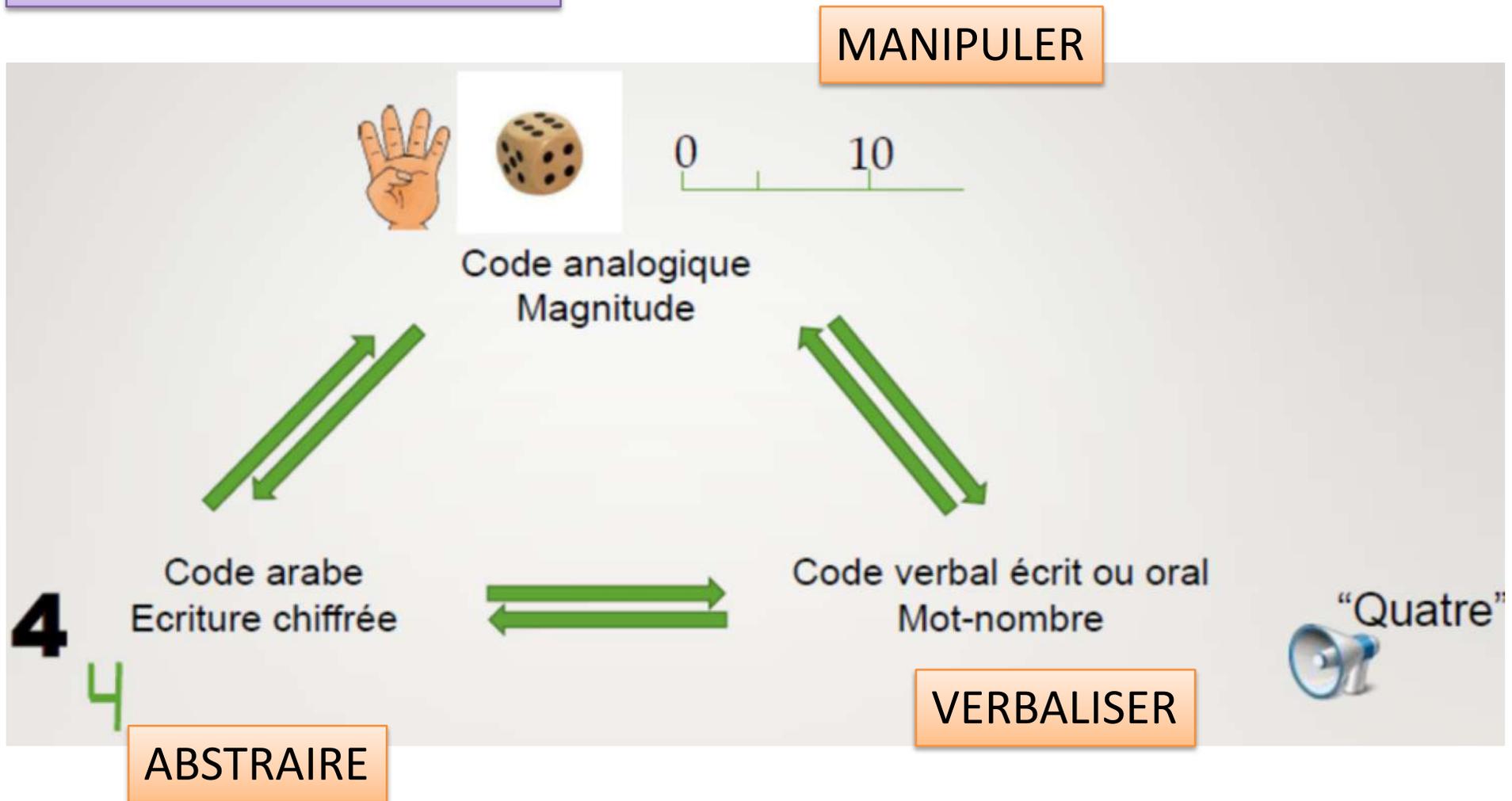
- l'âge (le développement)
- l'environnement

Constat

- l'apprentissage du nom des nombres
- le dénombrement

évolution plus  
complexe

## Le triple code (DEHAENE)





Michel Fayol

## Un résultat:

L'intuition des grandeurs et des quantités numériques

- Se développe très tôt
- S'améliore au cours de la période préscolaire et continue d'évoluer après les débuts de l'enseignement scolaire

Il existe d'emblée des différences interindividuelles importantes (Lautrey)

## Deux hypothèses:

1. Eventuelle existence d'un mécanisme initialement commun intervenant dans le traitement des grandeurs et des quantités
2. La possibilité que la perception et la discrimination des grandeurs et des quantités soit reliée aux habiletés de manipulation des symboles mathématiques

## La didactique des mathématiques



« Elève »



Itinéraires cognitifs  
(progressions)



Pratiques enseignantes

# Savoirs et connaissances



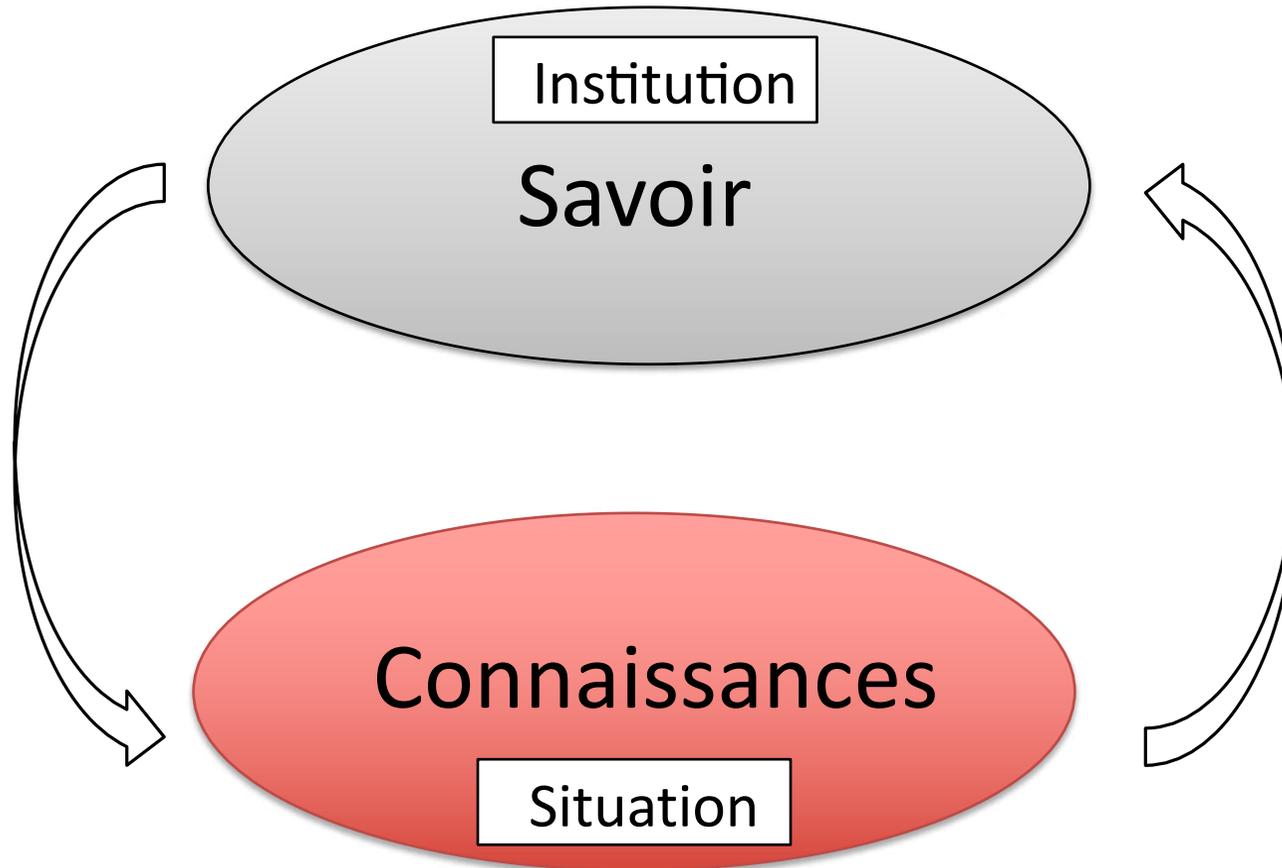
Vergnaud

« Le **savoir** se forme à partir de problèmes à résoudre, c'est-à-dire de **situations à maîtriser** [...], les conceptions des élèves sont façonnées par les situations qu'ils ont rencontrées.

Vergnaud



Guy Brousseau





Guy Brousseau

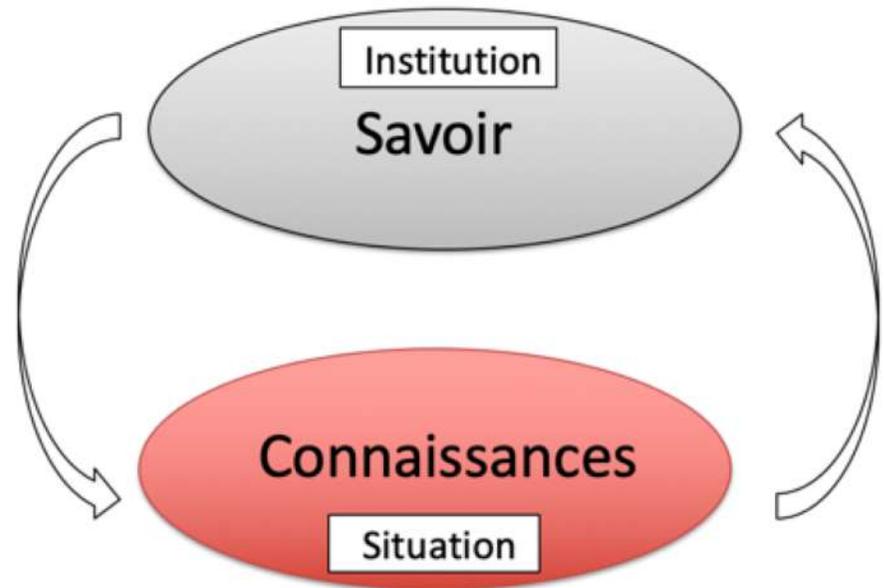


## Processus d'apprentissage

Apprentissage par acculturation



Apprentissage par adaptation





Guy Brousseau



## Apprentissage par acculturation



- L'enseignant **expose le savoir**, par un texte oralisé.

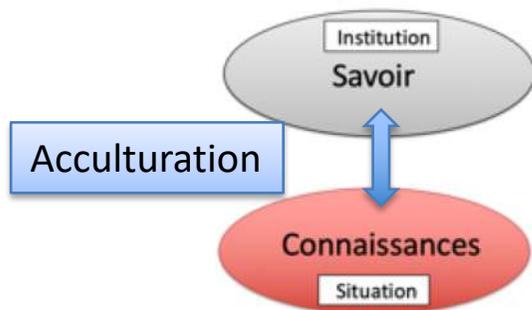
la suite orale des nombres



- L'enseignant s'assure que ce savoir pourra **engendrer** des « **connaissances en situation** » (répétition, changement de contextes, ...)

Compter les présents, les absents, les pinceaux, les crayons, les goûters, comptines

- L'acculturation est une tentative de réduction de l'écart savoir / connaissances





## Exemple de situation d'apprentissage par acculturation

**9**

Niveau de classe → PS et MS.

Période → À partir de la période 4 en PS ; dès la période 1 en MS.

Organisation → Rituel en regroupement.

### La chanson des nombres

#### Présentation de l'activité aux élèves

Aujourd'hui, nous allons dire la chanson des nombres jusqu'à sept. Je dis et vous répétez.

Sept...  
Sept.

Six, sept...  
Six, sept.

Cinq, six, sept...  
Cinq, six, sept.

Quatre, cinq, six, sept...  
Quatre, cinq, six, sept.

Trois, quatre, cinq, six, sept...  
Trois, quatre, cinq, six, sept.

Deux, trois, quatre, cinq, six, sept...  
Deux, trois, quatre, cinq, six, sept.

Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept...  
Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept.

Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept...  
Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept.

Encore une fois :  
Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept...  
Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept.

#### Précisions sur le déroulement

- Cette façon de présenter la chanson des nombres permet de faire entendre souvent et en premier la partie la plus difficile, celle que les élèves ne connaissent pas encore bien. Si on commence toujours la comptine à partir de « un », l'essentiel du temps est consacré à redire ce qu'on sait déjà. En outre, cette présentation aide à la segmentation de la chaîne orale : commencer parfois à huit indique que "sept-huit" est constitué de deux mots-nombres différents.
- Ce moment de répétition peut être quotidien mais très bref (à peine une minute trente pour l'exemple décrit ici, évidemment un peu plus quand on va plus loin dans la suite des nombres). Dans une classe de PS-MS, on peut profiter du passage aux toilettes des petits avec l'ATSEM pour effectuer ce travail avec les moyens en poursuivant la chanson plus loin qu'on ne le fait avec les petits. Cela permet de marquer auprès des moyens qu'ils savent des choses que les petits ne savent pas, et évite de donner pour les petits une importance exagérée au fait de savoir réciter la comptine des nombres loin.
- Quand l'enseignant veut savoir quelle connaissance de la comptine a un élève, il lui demande de la réciter seul plusieurs fois (en partant de un) et observe jusqu'où la comptine est dite sans erreur à chaque fois.
- La fiche proposée comme trace pour les parents (voir page suivante) est mise à jour au fur et à mesure des progrès de l'élève en coloriant en vert la zone connue. Sur cette fiche figurent les nombres jusqu'à 20 ; cela ne signifie pas qu'il faut enseigner la comptine jusque-là, il s'agit seulement d'indiquer que la comptine se poursuit très loin.



Déplacement de l'attention

Commencer par la partie la plus difficile

Mémorisation

Moments de répétition quotidiens mais très brefs



Guy Brousseau



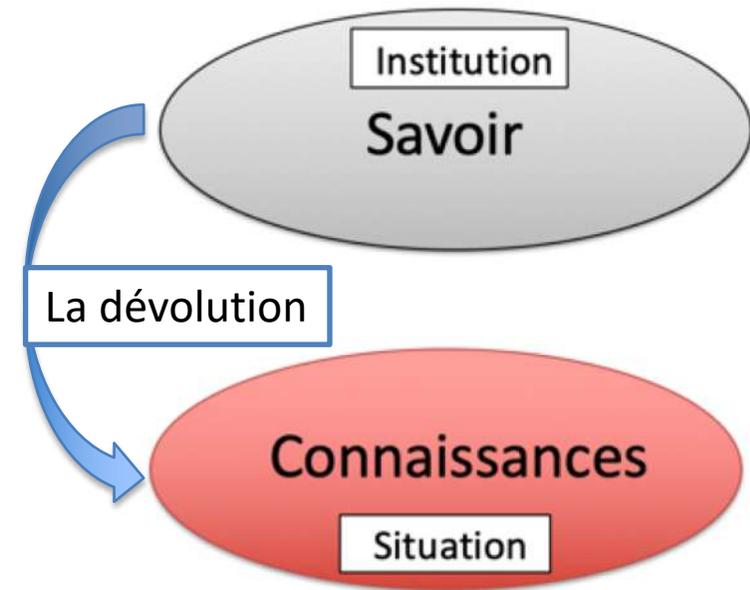
## Apprentissage par adaptation

## La dévolution

- Le savoir est dans un premier temps « caché » aux élèves.
- La dévolution doit permettre à l'élève de s'engager dans la recherche: il essaie par tous les moyens à sa disposition de réaliser le but dont on lui a fait la dévolution.

## Rôle de l'enseignant:

- suspendre son action directe pendant un temps pour **observer les procédures de ses élèves**, intervenir pour (faire) expliciter les raisonnements, les démarches



ACTION

MANIPULATION



Guy Brousseau



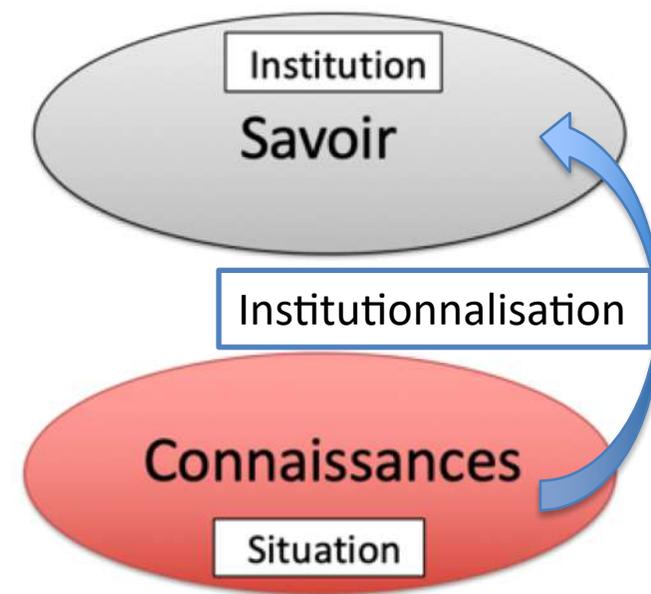
## Apprentissage par adaptation

## Processus d'institutionnalisation

Le processus d'institutionnalisation consiste à rapprocher progressivement les connaissances en situation du savoir dans l'institution mathématiques

## Rôle de l'enseignant

- **Verbaliser les démarches** pour réussir la tâche
- **Formuler**, transmettre les **connaissances utiles**
- Formaliser le savoir



VERBALISER

ABSTRAIRE

Une situation : « un dans chaque tirelire »



13

## Un dans chaque tirelire

Niveau de classe

PS et MS.

Période

Période 5 en PS ; à partir de la période 2 en MS.

Organisation

Ateliers d'environ 6 élèves.

Matériel

**Pour le groupe :**

- De 6 à 20 récipients opaques, avec un couvercle comportant une fente, pouvant servir de tirelires.
- Des jetons pouvant être introduits dans les fentes de ces récipients, nettement plus nombreux que les récipients.

Une situation : « un dans chaque tirelire »



## Présentation de l'activité aux élèves



1 Pour ce jeu, nous avons des boîtes et beaucoup de jetons.



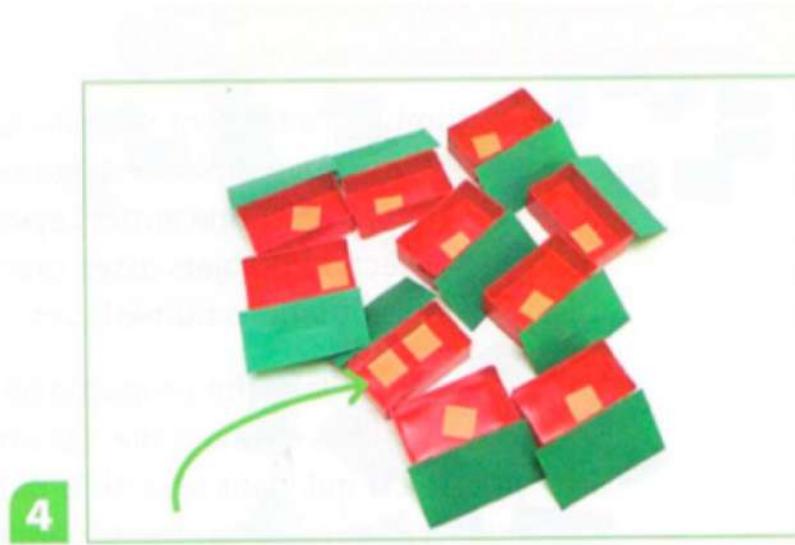
2 Pour gagner à ce jeu, il faut mettre exactement un jeton dans chaque boîte, comme ça.

**Favoriser** la compréhension de la consigne  
Explicitation des règles du jeu en appui sur le support matériel

Une situation : « un dans chaque tirelire »



S'il y a une boîte sans jeton, comme ça, c'est perdu.



S'il y a deux jetons dans la même boîte, comme ça, c'est perdu.



Simulation VISUELLE de la réussite au jeu proposé  
(réussite de la tâche )

Une situation : « un dans chaque tirelire »

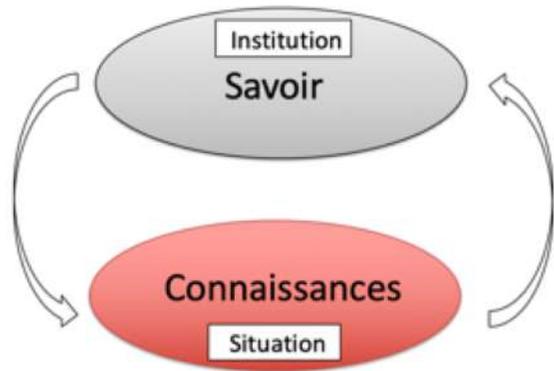


5

Jules, tu veux essayer de mettre les jetons comme il faut pour gagner... bravo, tu as réussi !  
Léna, tu veux essayer aussi ? Parfait, tu as réussi.

**Vérifier la compréhension** de la consigne: faire faire un exemple par les élèves

Une situation : « un dans chaque tirelire »



## Mise en activité:

Se mettre à la place de l'élève et jouer. Trouver **deux procédures possibles**.

Quelles sont les **connaissances utiles** à l'élève pour réussir cette première phase du jeu?

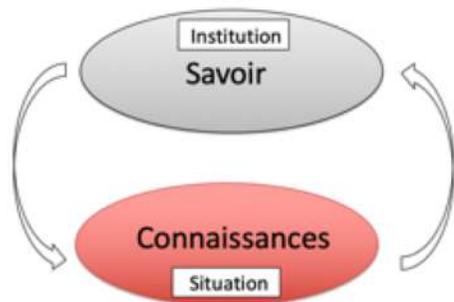


5 minutes

	Procédures	Connaissances utiles
1		
2		



## Une situation : « un dans chaque tirelire »



	Procédures	Connaissances utiles
1	<p>Prendre des jetons dans la boîte Mettre un jeton par tirelire Remettre les jetons en trop dans la boîte.</p> <p><b>Erreurs possibles:</b> en oublier, en mettre deux dans une tirelire</p>	<p>Savoir composer une collection d'objets par manipulation effective en mobilisant une procédure non numérique Savoir comparer des collections d'objets grâce à la correspondance terme à terme</p>
2		

## Une situation : « un dans chaque tirelire »



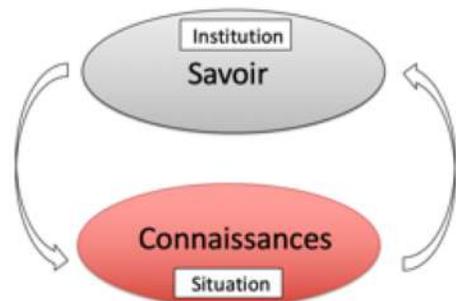
	Procédures	Connaissances utiles
1	<p>Prendre des jetons dans la boîte Mettre un jeton par tirelire Remettre les jetons en trop dans la boîte. <b>Erreurs possibles:</b> en oublier, en mettre deux dans une tirelire</p>	<p>Savoir composer une collection d'objets par manipulation effective en mobilisant une procédure non numérique Savoir comparer des collections d'objets grâce à la correspondance terme à terme</p>
2	<p>Organiser les tirelires en lignes Prendre un jeton à la fois et le placer dans chacune des tirelires</p>	<p>Idem procédure 1 + Savoir organiser une collection d'objets</p>

## Une situation : « un dans chaque tirelire »



	Procédures	Connaissances utiles
1	<p>Prendre des jetons dans la boîte Mettre un jeton par tirelire Remettre les jetons en trop dans la boîte. <b>Erreurs possibles:</b> en oublier, en mettre deux dans une tirelire</p>	<p>Savoir composer une collection d'objets par manipulation effective en mobilisant une procédure non numérique Savoir comparer des collections d'objets grâce à la correspondance terme à terme</p>
2	<p>Organiser les tirelires en lignes Prendre un jeton à la fois et le placer dans chacune des tirelires</p>	<p>Idem procédure 1 + Savoir organiser une collection d'objets</p>
3	<p>Dénombrer la quantité de tirelires La mémoriser Réaliser une quantité de jetons équivalente. Mettre un jeton par tirelire. Valider</p>	<p>Savoir composer une collection d'objets par manipulation effective en mobilisant une procédure numérique Savoir quantifier une quantité par une procédure de comptage.</p>

Une situation : « un dans chaque tirelire »



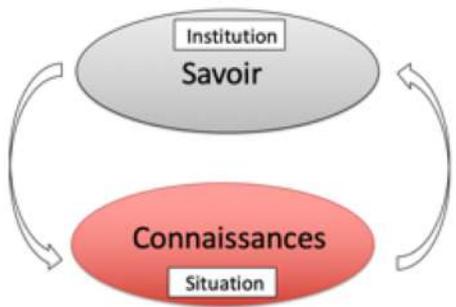
Utiliser le nombre comme outil pour résoudre le problème posé. Produire une collection d'objets qui a « **même quantité que** »/ « **même cardinal** » qu'une autre collection d'objets



Savoir que la quantité d'une collection d'objet ne change pas si on modifie la disposition spatiale des objets, ou la nature des objets

Où est l'adaptation ?

## Une situation : « un dans chaque tirelire »



Savoir que la quantité d'une collection d'objet ne change pas si on modifie la disposition spatiale des objets, ou la nature des objets



### Mise en activité:

Quelle **variable didactique** provoque un **apprentissage par adaptation**?

Comment amener l'élève à passer



procédure 2

procédure 1



Une situation : « un dans chaque tirelire »



Attention ! maintenant que vous avez bien compris ce qu'il faut faire, ça va devenir plus difficile. Je mets des couvercles sur les boîtes ; avec les fentes, cela fait comme des petites tirelires.

Apport d'une contrainte =  
Variable: Cacher  
ce qui est dans la tirelire



La **perception visuelle** ne suffit plus....

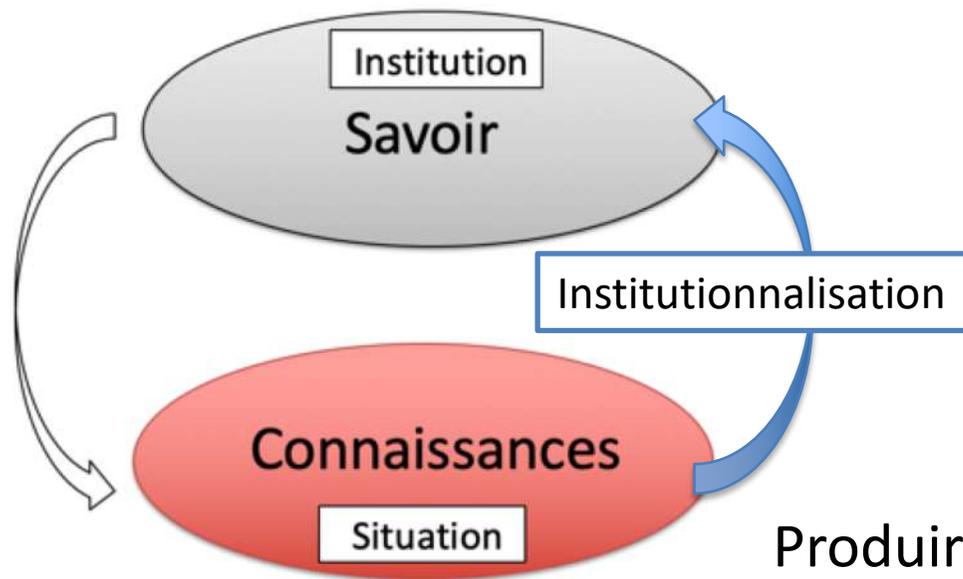
Nécessité de **s'adapter**, de  
**construire une autre procédure**

L'**adaptation** va permettre de  
**construire une nouvelle connaissance**



Une situation : « un dans chaque tirelire »

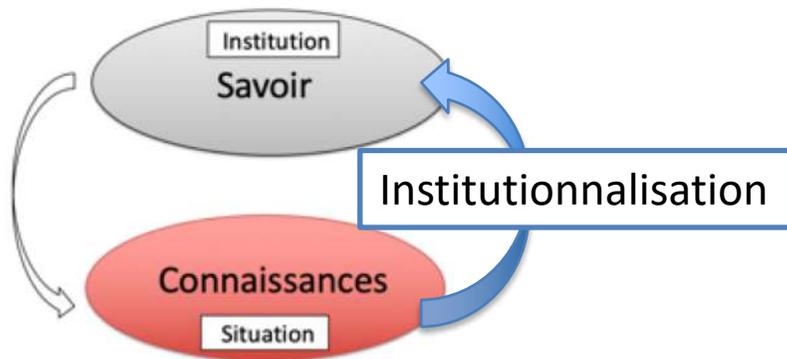
Avoir compris que le cardinal d'une collection d'objets ne change pas si on modifie la nature des objets, ou encore la disposition spatiale



Produire une collection d'objets qui a  
« même quantité que »  
« même cardinal que »



Une situation : « un dans chaque tirelire »



Rôle de l'enseignant :  
**Formuler les savoirs en jeu**

## Exemples de formulation des savoirs par l'enseignant

- Pour gagner, je mets un jeton dans une tirelire et je pose cette tirelire loin des autres. Puis je mets un jeton dans une autre tirelire et je la pose à côté de la première, etc.
- Pour gagner, je peux mettre les tirelires en ligne. Ensuite je mets les jetons en commençant par un bout de la ligne.
- Quand je ne peux pas déplacer les tirelires (voir prolongements ci-dessous), je les regarde bien : quelquefois elles forment déjà des lignes. Je peux mettre les jetons en suivant ces lignes.

## Une situation : « un dans chaque tirelire »

### Prolongements et variantes

Quand tous les élèves du groupe savent utiliser facilement une procédure, on peut leur proposer la règle pour les pousser à aller plus loin.

Si les savoirs formulés ci-dessus apparaissent dans l'ordre indiqué, la règle interdira donc de déplacer les tirelires au moment où on met le jeton, puis de les déplacer à n'importe quel moment.

Quand les tirelires ne peuvent pas être déplacées, il faut structurer mentalement la collection pour y voir des configurations : « Je vais remplir d'abord cette ligne, puis celle-ci, je vais remplir ce paquet, puis celui-ci, puis celui-là. »

- Pour cela, quand on mettra en place cette dernière version de la règle du jeu, on placera les tirelires dans des configurations faciles à structurer, par exemple celles-ci :
- Ensuite, on proposera des configurations moins organisées comme la suivante. On invitera alors les élèves à montrer avec le doigt le parcours qu'ils vont utiliser, avant de placer les jetons.



Rôle de l'enseignant:  
Re-proposer la même situation aux élèves, puis ses variantes



Variables didactiques



Tirelires non déplaçables

Tirelires non déplaçables, mais organisées

Tirelires non déplaçables, non organisées

Une situation : « un dans chaque tirelire »

Variables



Vers la procédure 3

éloignement dans l'espace

éloignement dans le temps

communication à autrui

Effet sur l'élève / Adaptation

Utiliser une collection intermédiaire  
(doigts, comptine orale...)  
Comparaison indirecte

Coder une collection intermédiaire  
(dessin, code écrit...) (GS)

On ne porte plus la totale  
responsabilité de la réussite au jeu  
Segmentation de la tâche



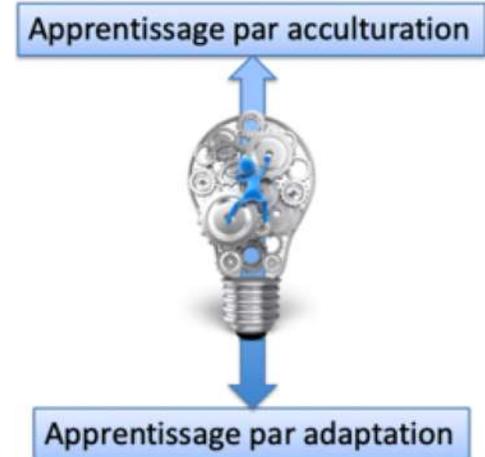


Guy Brousseau

Apprentissage par acculturation et adaptation :

➤ Deux mouvements complémentaires du plan didactique

- La Théorie des Situations Didactiques considère les deux mouvements (adaptation/acculturation) comme nécessaires



- Brousseau a privilégié **l'adaptation en situation** mais il a toujours considéré que l'enseignement par adaptation n'était pas nécessaire pour tous les savoirs mathématiques.

L'école maternelle doit conduire progressivement chacun à comprendre que les nombres permettent à la fois

- **d'exprimer des quantités** (usage cardinal)
- **d'exprimer un rang ou un positionnement** dans une liste (usage ordinal)

Cet apprentissage demande du temps et la confrontation à de nombreuses situations impliquant des activités numériques et pré-numériques.

## Points de vigilance

L'élève (même s'il a réussi) doit être confronté de nombreuses fois à la **même situation**.



# Construction du nombre

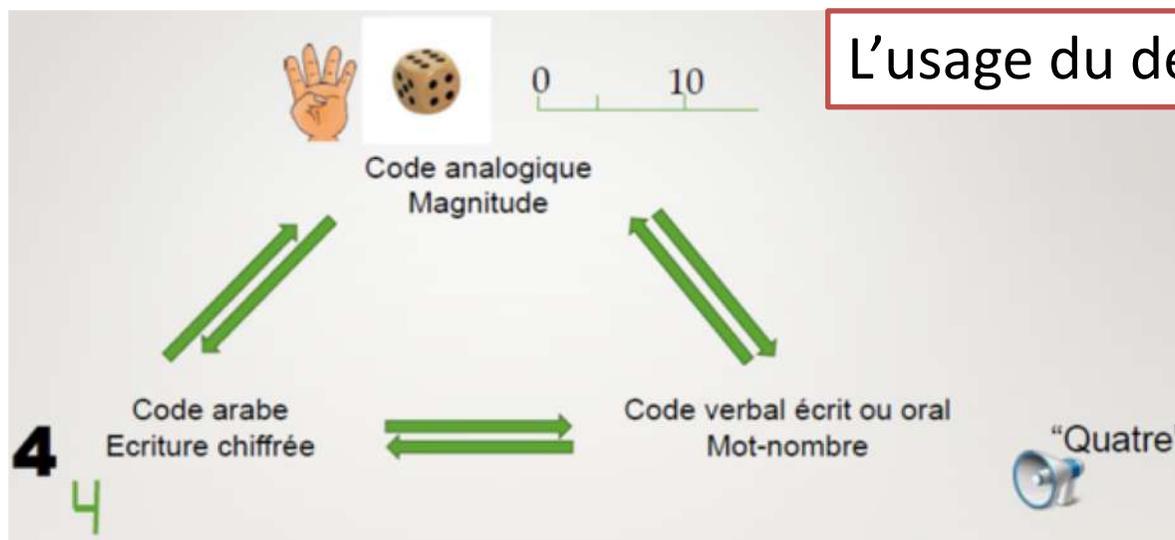
Dans l'apprentissage du nombre à l'école maternelle, il convient de:

- *faire construire le nombre pour exprimer les **quantités**,*
- *stabiliser la connaissance des petits nombres*

L'enseignant favorise le **développement très progressif** de chacune de ces dimensions pour contribuer à la **construction de la notion de nombre**.

La **construction du nombre** s'appuie sur

La notion de quantité

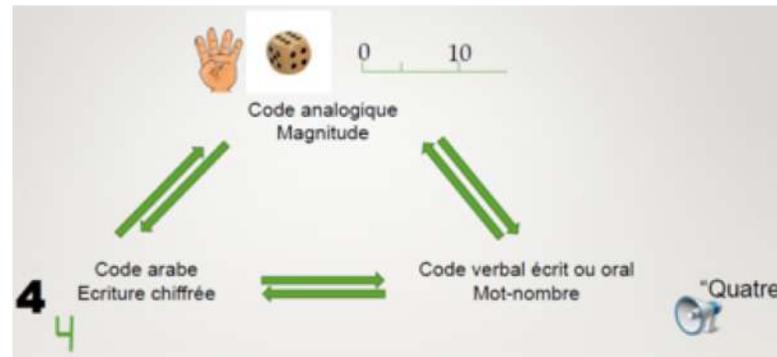


L'usage du dénombrement

sa codification  
écrite

sa codification  
orale

L'acquisition de la suite orale  
des nombres



Chez les jeunes enfants, ces apprentissages

**se développent en parallèle avant de pouvoir se coordonner**

l'enfant peut, par exemple:

- savoir réciter assez loin la comptine numérique
- sans savoir l'utiliser pour dénombrer une collection.

## Nombre objet

Objet d'apprentissage

Apprentissage par  
acculturation

*savoir réciter assez loin la  
comptine numérique*

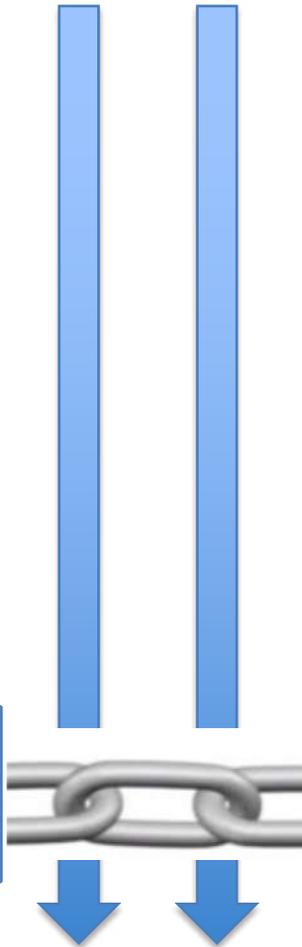
**savoir réciter** *assez loin la  
comptine numérique*

## Nombre outil

Outil utile pour résoudre un  
problème

Apprentissage par  
adaptation

**savoir l'utiliser** *pour  
dénombrer une collection*





# Savoirs et connaissances

## Les **savoirs** qui font l'objet d'une **adaptation**

La « **quantité** » et la « **position** » se définissent comme connaissances en **situation** :

« Avoir même quantité que » / « avoir même position » :

ont un **sens** d'abord **dans une situation**  
puis dans des situations similaires

## Délimitation du domaine d'enseignement du nombre à la maternelle

- Une décision des programmes: sans s'interdire de traiter des nombres plus grands, **assurer la connaissance des nombres jusqu'à dix.**

## Comment découper le savoir à enseigner ?

- Prendre appui sur des **situations de référence**
- **Situations « pré-numériques »**: construction, exploration et **désignation de collections**: l'énumération, le tri, l'ordre.
- **Situation numériques: enseignement de la quantité, de la cardinalité et de l'ordinal**, l'exploration de situations de composition: décompositions additives

## Des collections

Les élèves de la classe



TPS-PS



## Codage des collections

Les élèves de la classe

Désigner les élèves par leur prénom, à l'oral

Etiquettes photos

Etiquettes prénoms

Collection équivalente du point de vue de la quantité, mais non identiques

## Caractéristiques des **situations** d'apprentissage par adaptation

- La consigne définit un **but à atteindre** que l'élève peut comprendre avec des connaissances plus élémentaires que celles nécessaires à la résolution du problème.
- L'élève peut s'engager dans la résolution du problème sans disposer de la connaissance visée (mais existence d'une stratégie de base)
- La situation comporte **des rétroactions** permettant à l'élève de **se rendre compte par lui-même qu'il a réussi ou échoué**.
- La **vérification du résultat** peut donner à l'élève des informations sur **ce qu'il faut faire pour réussir**



# L'analyse a priori en didactique des mathématiques

L'analyse a priori donne une démarche à l'enseignant pour analyser une situation avant de la proposer à ses élèves

Démarche pour l'analyse d'une situation:

- Identifier le **savoir en jeu**
- Identifier les **procédures justes** que les élèves peuvent mettre en œuvre
- Identifier les **erreurs prévisibles**
- Identifier les **modes de validations** possibles
- Déterminer les **variables de la situation**

**Le matériel proposé**, une **variable importante** dans les situations  
configuration modifiable ou non modifiable ?

Pour être à même de réaliser ce travail, le professeur doit donc pointer les connaissances:

-dans les situations à **configurations modifiables**: distinguer à tout moment ce qui est déjà traité (compté, etc...) et ce qui n'est pas encore traité

-dans les situations à **configurations non modifiables** : connaître les propriétés de l'espace graphique (lignes, colonnes) et leur usage pour savoir ce qui est déjà traité et ce qui n'est pas encore traité.

**Construire des liens entre les situations**

*S'outiller pour mieux comprendre l'effet des situations proposées sur les apprentissages des élèves*



**Que retenir de cette partie ?**

## A retenir de cette partie :

*S'outiller pour mieux comprendre l'effet des situations proposées sur les apprentissages des élèves*

Le nombre **OBJET**  
D'apprentissage

Apprentissages  
par **acculturation**

Verbaliser

Formuler les savoirs  
en jeu

Le nombre **OUTIL**  
pour réussir une tâche proposée par une situation

Apprentissage par **adaptation**

**Adaptation** par le **choix de variables**

**Analyse a priori** des tâches proposées aux  
élèves

Comment va faire l'élève?  
Quelles **connaissances utiles** va-t-il mobiliser?  
Quelle **connaissance à construire**?

**Mieux intervenir** auprès d'un élève



Construire le nombre pour exprimer  
une quantité

« **Avoir même quantité que...** » doit **prendre sens en situation**

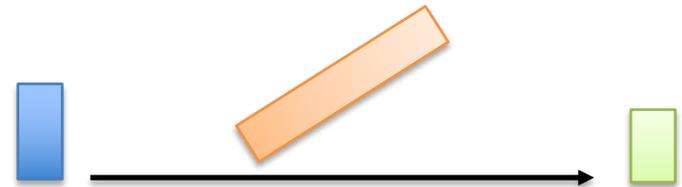
La quantité est une **grandeur**, comme toute grandeur **elle se construit** :

• Dans des **comparaisons** directes



• Puis, dans des **comparaisons** indirectes:

- éloignement dans l'espace
- éloignement dans le temps
- communication à autrui

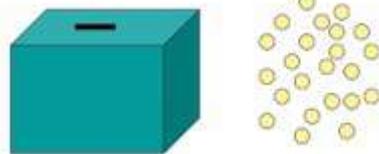


Un mot clé à retenir: **COMPARER**

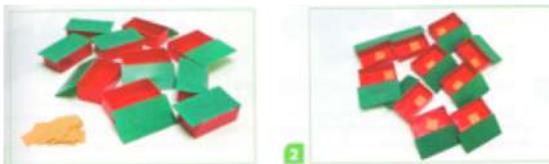
# Procédures pour dénombrer une collection

Plusieurs procédures pour dénombrer une collection d'objets:

Le subitizing

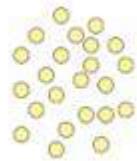


Le comptage



Le calcul





Le comptage



Quelle(s) procédure(s) enseigner ?

Situation de comptage

Points de vigilance

« Pour contrôler une situation de comptage,

**l'enfant doit faire fonctionner une connaissance (l'énumération)**

qui se réfère à l'exploration de la collections

et qui conditionne complètement le bon déroulement de l'activité.

[...] »



# Un savoir transparent: l'énumération

Observer une élève

Extrait vidéo élève

**Mise en activité:**

Quelle **connaissance Léna doit elle acquérir ?**





Joël Briand

« Enumérer une collection consiste à en traiter chaque élément une fois et une seule. »

Pour **dénombrer par comptage** les éléments d'une collection finie:

*1-Etre capable de distinguer deux éléments différents d'un ensemble donné*

*2-Choisir un élément de la collection*

**3-Enoncer un mot nombre (« un » ou le successeur du précédent dans une suite de mots-nombres)**

*4-Conserver la mémoire de la collection des éléments déjà choisis*

*5-Concevoir la collection des éléments non encore choisis*

*6-Recommencer (pour la collection des éléments non encore choisis) 2, 3, 4, tant que la collection des éléments à choisir n'est pas vide.*

*7-Savoir que l'on a choisi le dernier élément*

**8-Enoncer le dernier mot nombre**

## Situation de comptage

Léna dispose d'une connaissance (l'énumération) qui se manifeste par la présence de synchronisation effective entre une connaissance numérique et une organisation conjointe de la collection et qui permet l'inventaire de la collection.

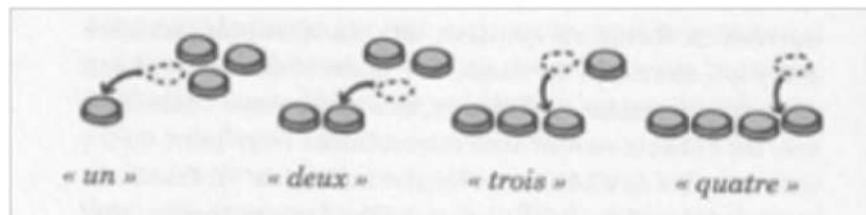


Quelle est alors la difficulté de Léna ?

Léna dispose d'une procédure de **comptage numérotage**



Elle n'a pas construit le concept de nombre comme **mémoire de la quantité**





# Enseigner le comptage dénombrement

Extrait vidéo : Rémi Brissiaud: l'itération de l'unité

# Enseigner le comptage dénombrement

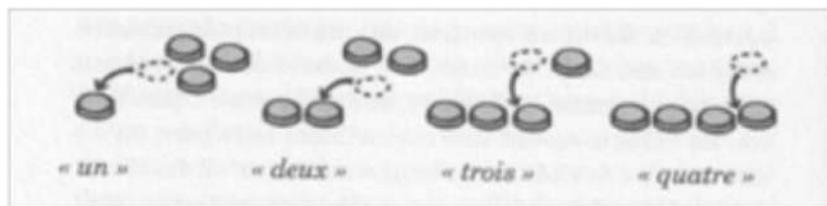
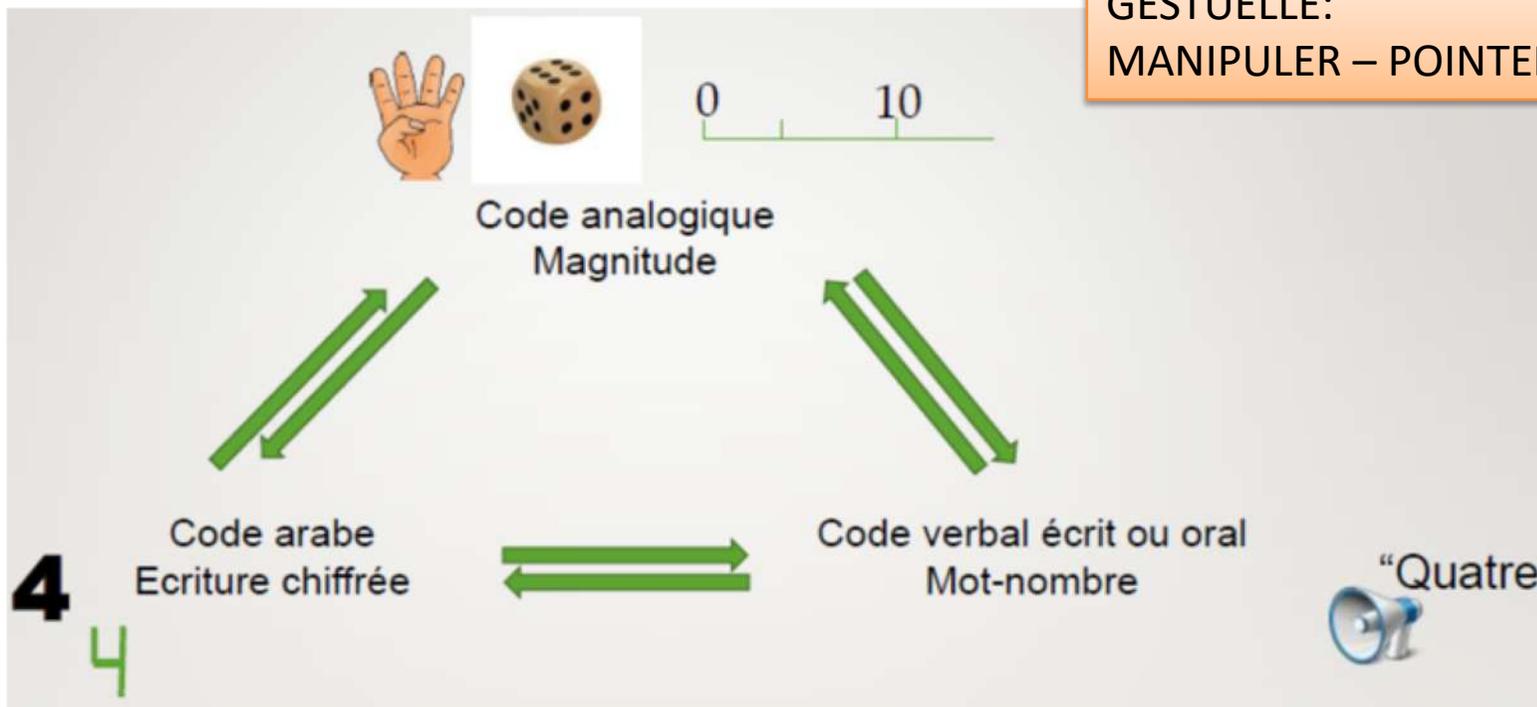
Rôle de l'enseignant

Observer - Intervenir

Quels gestes professionnels ?

Geste de monstration de la synchronisation

GESTUELLE:  
MANIPULER – POINTER - DEPLACER



VERBALISER:

« Un jeton »

Et « **encore un jeton** », ça fait « **deux jetons** »



# Enseigner le comptage dénombrement

Rôle de l'enseignant

Observer - Intervenir

Quels gestes professionnels ?

Extrait vidéo

À créer

Je vais te montrer comment on compte pour former une collection de 4 jetons.

Reproduire ce que fait Brissiaud:

Pointer un jeton, le déplacer, dire un jeton

Pointer un autre jeton, « et encore un jeton » le déplacer, entourer l'ensemble, ça fait deux jetons,

Idem avec 3

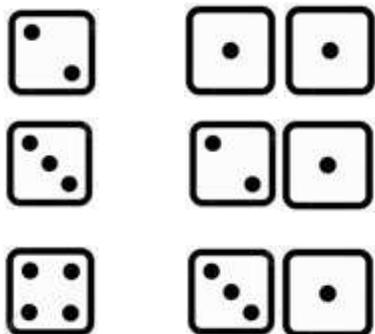
Idem avec 4: tu vois, ça c'est 4 jetons

A retenir: Il est essentiel de **privilégier** le « comptage-dénombrement »  
au « comptage numérotage »

## Enseigner le comptage-dénombrement,

c'est théâtraliser une propriété fondamentale du nombre,

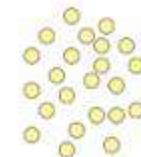
I' « **ITÉRATION DE L'UNITÉ** »



« deux, c'est un et-encore-un »,

« trois, c'est deux et-encore-un »,

« quatre, c'est trois et-encore-un »



## Programme maternelle (rentrée 2015)

« **L'itération de l'unité** (trois c'est deux et encore un) se construit **progressivement**, et **pour chaque nombre**. »

« Les enfants doivent **comprendre que toute quantité s'obtient en ajoutant 1 à la quantité précédente** (ou en enlevant 1 à la quantité supérieure) et que sa dénomination s'obtient en avançant de 1 dans la suite des noms de nombres ou dans l'écriture des chiffres ».

## Programme cycle 2 (rentrée 2015)

L'étude de relations internes aux nombres : comprendre que le **successeur d'un nombre entier** c'est « **ce nombre plus un** »

...

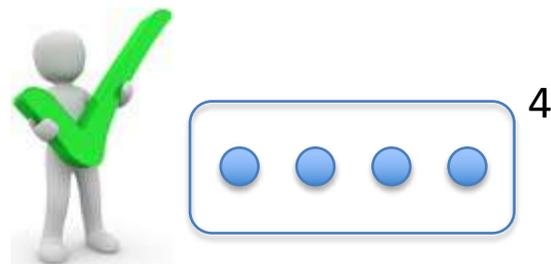
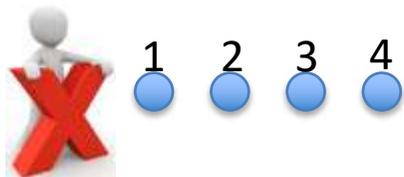


Construire le nombre comme mémoire de la quantité,  
comme mesure d'une quantité

A retenir:

La première fonction du nombre est de **mémoriser les quantités**.

Comprendre la notion de quantité implique pour l'enfant de concevoir que la **quantité** n'est pas la **caractéristique** d'un objet mais **d'une collection d'objets**.



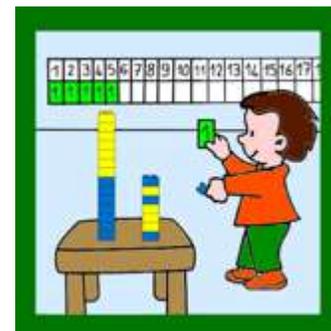
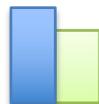
## Activités essentielles pour l'apprentissage du nombre:

Produire une collection  
d'objets de même cardinal  
qu'une autre

Comparer des  
collections d'objets

Elles peuvent se faire selon différentes procédures:

-correspondance terme à terme



-production d'une collection intermédiaire pour  
aboutir à la désignation du cardinal par le nombre



**Représenter** une quantité, **coder** une quantité, vers le **symbolisme**

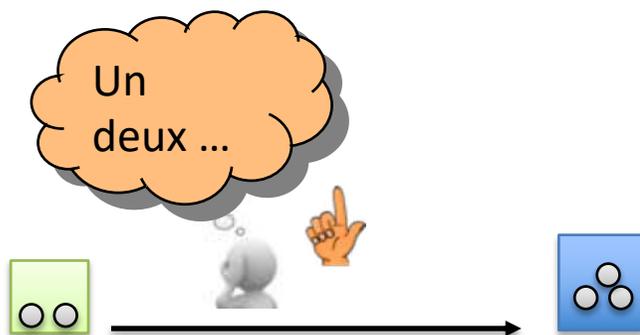


Verbaliser

Représenter

Coder

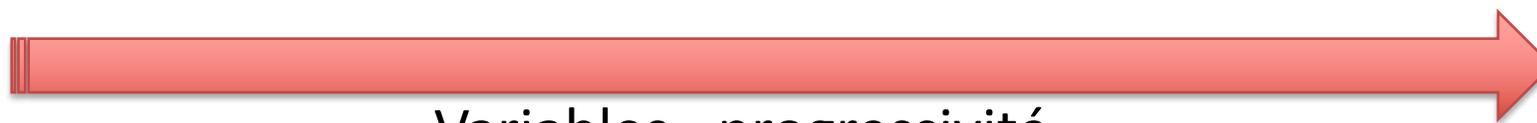
Utiliser un symbole



Eloignement dans l'espace

Communication à autrui

Eloignement dans le temps



Variables - progressivité



Construire le nombre comme mémoire de la quantité,  
comme mesure d'une quantité

A retenir:

Les situations proposées à l'élève doivent lui permettre de passer de

**l'apparence des collections  
(estimation perceptive, globale)**



**à la prise en compte  
des quantités.**

Une situation : « l'escalier »

Comparer des quantités

Construire une quantité par itération de l'unité



4

## L'escalier

Niveau de classe

PS et MS.

Période

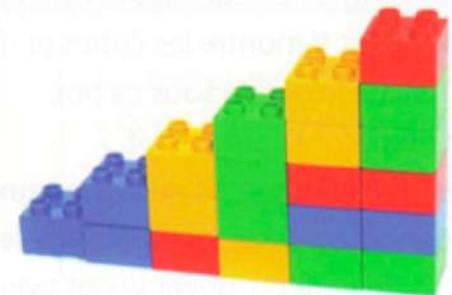
À partir de la période 2 pour la phase collective en PS ; dès la période 1 en MS.

Organisation

Présentation en grand groupe (demi-classe voire classe entière) puis atelier :  
1 escalier par atelier en PS ; 1 escalier par binôme en MS.

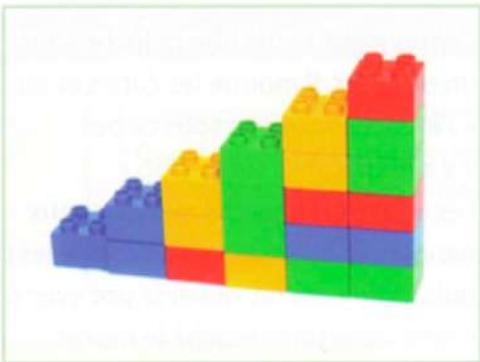
Matériel

- Pour chaque groupe ou élève construisant un escalier :
- 1 boîte sans couvercle ou 1 corbeille.
  - Un grand nombre de briques multicolores de même taille.



## Une situation : « l'escalier »

### Présentation de l'activité aux élèves

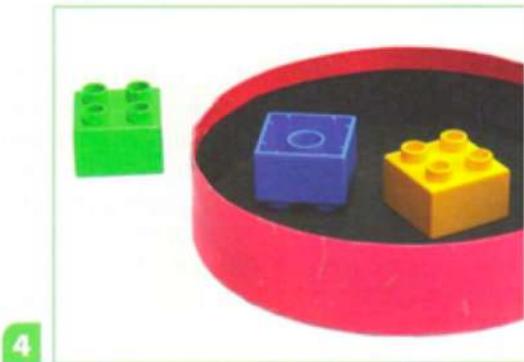


1

Voici un bel escalier, nous allons essayer d'en fabriquer d'autres.

2

Pour fabriquer nos escaliers, nous allons utiliser beaucoup de briques et une corbeille pour transporter les briques.



3

Regardez bien, je vous montre comment nous allons faire. Pour faire la première marche, je pose une seule brique.

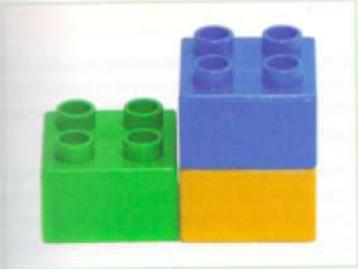
4

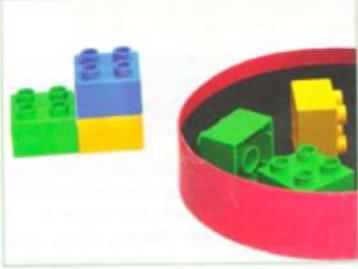
Je mets dans ma corbeille juste ce qu'il faut de briques pour faire la marche suivante.

Formulation de la consigne

## Une situation : « l'escalier »

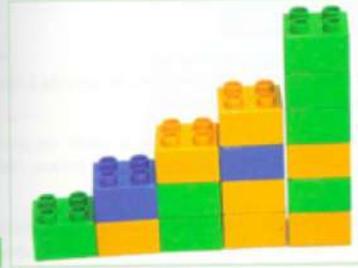


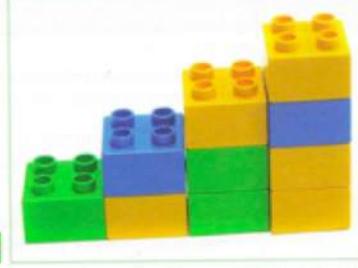
**5**  Puis je pose mes briques. Ma nouvelle marche est réussie : elle a juste une brique de plus que la première.

**6**  Je mets dans ma corbeille juste ce qu'il faut de briques pour faire la marche suivante...

**7**  Je pose mes briques, ma nouvelle marche est réussie, je mets dans la corbeille ce qu'il faut pour la suivante.

**8**  Encore une fois...

**9**  Ça ne va pas, je me suis trompé, la nouvelle marche est trop haute. Pour faire un bel escalier, il faut que la nouvelle marche ait juste une brique de plus que la précédente.

**10**  Comme je me suis trompé, j'enlève la marche qui est trop grande. Voici l'escalier que j'ai construit sans me tromper.

Favoriser la compréhension

- Exemple quand j'ai gagné
- Exemple quand j'ai perdu

## Une situation : « l'escalier »

### Réflexions sur le matériel, variables didactiques

#### Précisions sur le matériel

Importance de la boîte pour un raisonnement sur la quantité et non la perception

Eloigner la boîte pour utiliser le nombre et éviter la correspondance terme à terme

Une seule couleur de cubes

- Si un enfant pouvait construire directement la nouvelle marche à côté de l'escalier, il ajouterait des briques jusqu'à ce que la nouvelle marche soit aussi haute que la précédente, puis encore une brique. Il réussirait ainsi la tâche sans utiliser les quantités. C'est pour éviter cela qu'on demande de poser les briques choisies dans la corbeille avant de les empiler.
- Jusqu'à ce que la situation soit bien comprise par tous, la réserve de briques peut être proche de l'escalier. Les élèves peuvent alors réussir sans utiliser les nombres : « Je mets dans la corbeille une brique pour la rouge, une pour la bleue, une pour la jaune, et encore une en plus. » Éloigner la réserve de briques de l'escalier rend ce type de procédure moins probable.
- Malgré l'éloignement de la réserve, il reste possible de décrire une marche : « jaune, bleu, jaune, vert » et de mémoriser cette description pour choisir les nouvelles briques. Si cette procédure est fréquente, on utilisera des briques d'une même couleur, bien que cela rende plus difficile le dénombrement.

## Une situation : « l'escalier »

### Précisions sur le déroulement

Donner à voir comment font les autres... quelle démarche pour réussir?

- Travail en grand groupe : les enfants font plusieurs tentatives successives les premiers jours. Ensuite ils essaient chaque jour de faire un escalier le plus grand possible sans se tromper. On peut garder en exposition le plus grand escalier réussi par la classe, le défi collectif consistant alors à en construire un encore plus grand. Le regroupement donne l'occasion à chaque élève de voir comment font les autres (utilisent-ils leurs doigts comme mémoire de la quantité, comptent-ils les briques de la dernière marche, se souviennent-ils du nombre précédent ?). En revanche, chacun participe peu.
- L'essentiel de l'apprentissage se fait en petit groupe :
  - Les PS construisent un escalier en groupe de 4 à 6 élèves avec l'enseignant.
  - En MS, l'atelier regroupe plusieurs binômes. Chaque binôme construit son escalier, les deux élèves se chargeant d'une marche à tour de rôle. Seul celui qui doit réaliser la marche en cours a le droit de toucher les briques, l'autre ne peut l'aider que verbalement.

Une situation : « l'escalier »

Institutionnaliser les savoirs

## Exemples de formulation des savoirs par l'enseignant

- 
- Cette marche est faite avec deux briques rouges et deux bleues. Pour la suivante il faut prendre deux briques, encore deux briques et encore une autre.
  - Pour faire cette marche, on a mis quatre briques. Pour la marche suivante, on peut prendre quatre briques et encore une brique. Quatre briques et encore une brique, c'est cinq briques.
  - Il faut d'abord une brique, puis deux briques, trois briques, quatre briques... Un, deux, trois, quatre, cinq, six, sept, huit... La chanson des nombres aide à réussir un grand escalier.

Reconnaitre les connaissances utiles

Comparer des collections

L'importance des décompositions:  
Décomposer, recomposer les nombres

## Programme maternelle (rentrée 2015)

« Les enfants doivent comprendre que toute quantité s'obtient en ajoutant 1 à la quantité précédente (ou en enlevant 1 à la quantité supérieure) et que sa dénomination s'obtient en avançant de 1 dans la suite des noms de nombres ou dans l'écriture des chiffres ».

« Parler des nombres à partir de leurs décompositions.

L'importance des décompositions:

- La maîtrise de la décomposition des nombres est une condition nécessaire à la construction du nombre, notamment sa cardinalité

## Programme maternelle (rentrée 2015)

« Parler des nombres » à partir de leur décomposition

Voici des images qui évoquent des activités permettant de travailler la **décomposition** et la **recomposition** des nombres.

- Caractériser les différentes tâches.
- Sur quelles variables didactiques a-t-on joué ?



5 minutes





<p>A- On a six tigrés, il y a en deux ici et encore quatre là (on peut recompter pour vérifier)</p>	<p>B- On sait que six jetons sont posés sur la table. Combien de jetons sont cachés sous le bol ?</p>	<p>C - On sait que six jetons sont posés sur la table. Combien de jetons sont cachés sous le gobelet ?</p>	<p>D - On a six hamsters. Trois sont partis se promener. Combien de hamsters sont restés dans la cage ?</p>	
<p>E - On a six cubes, il y en a trois ici et encore trois, là (on peut recompter pour vérifier)</p>	<p>F-On a six hamsters. Trois sont dans la cage. Combien sont partis se promener ?</p>	<p>G-Voici deux cartes. Combien y a-t-il d'animaux ?</p>	<p>H - On a six cubes, il y en a trois ici et encore trois.</p>	<p>I - L'enfant choisit deux cartes pour faire « six ».</p>

# Du côté des variables



H - On a six cubes,  
il y en a trois ici et  
encore trois.



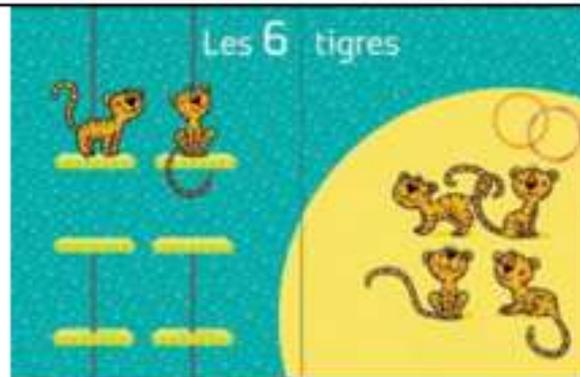
A- On a six tigres, il y a  
en deux ici et encore  
quatre là (on peut  
recompter pour  
vérifier)

Des objets manipulables ou pas...

# Du côté des variables



H - On a six cubes, il y en a trois ici et encore trois.



A - On a six tiges, il y en a trois ici et encore trois, là (on peut recompter pour vérifier)



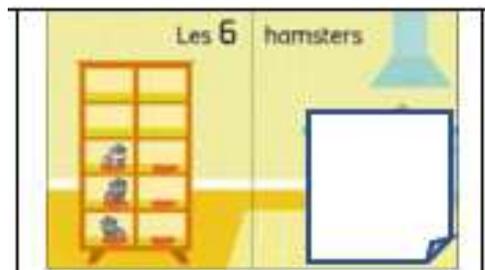
E - On a six cubes, il y en a trois ici et encore trois, là (on peut recompter pour vérifier)



Des zones plus ou moins délimitées...

# Du côté des variables

Avoir un support qui garde trace des éléments déplacés ou pas...

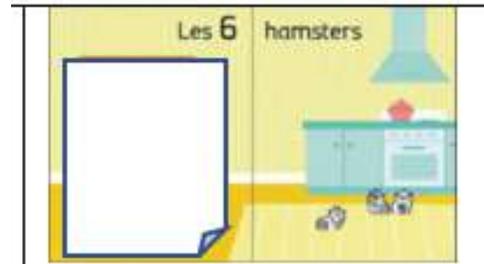


F-On a six hamsters.  
Trois sont dans la cage. Combien sont partis se promener ?

**DENOMBRER**



C - On sait que six jetons sont posés sur la table. Combien de jetons sont cachés sous le gobelet ?



D - On a six hamsters. Trois sont partis se promener. Combien de hamsters sont restés dans la cage ?

**CALCULER**



B- On sait que six jetons sont posés sur la table. Combien de jetons sont cachés sous le bol ?

Tâches différentes...

## Donner à voir des décompositions de nombres



A - On a six tiges, il y en a trois ici et encore trois, là (on peut recompter pour vérifier)

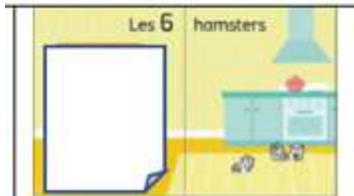


E - On a six cubes, il y en a trois ici et encore trois, là (on peut recompter pour vérifier)

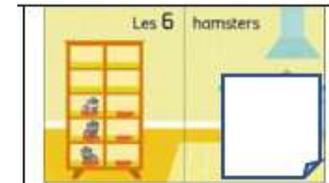


H - On a six cubes, il y en a trois ici et encore trois.

## Trouver le complément



D - On a six hamsters. Trois sont partis se promener. Combien de hamsters sont restés dans la cage ?



F - On a six hamsters. Trois sont dans la cage. Combien sont partis se promener ?



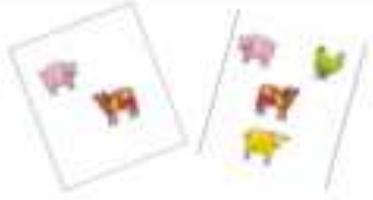
B - On sait que six jetons sont posés sur la table. Combien de jetons sont cachés sous le bol ?



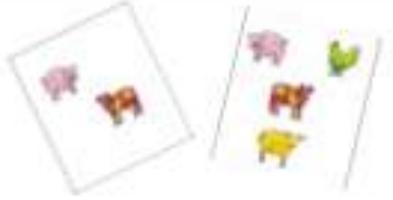
C - On sait que six jetons sont posés sur la table. Combien de jetons sont cachés sous le gobelet ?

# Du côté des tâches

Produire des décompositions


I - L'enfant choisit deux cartes pour faire « six ».

Calculer mentalement le résultat d'une addition


G-Voici deux cartes. Combien y-t-il d'animaux ?

## Un autre exemple...



« Dans l'image, il y a 5 grenouilles sur 5 nénuphars disposés comme les points du dé. 2 en haut, 2 en bas et 1 au milieu. »



« Les grenouilles sous le rabat sont dans l'eau. Combien de grenouilles sont dans l'eau ? »



« Les grenouilles sous le rabat sont sur les nénuphars. Combien de grenouilles sont sur les nénuphars ? »



## Un autre exemple...

 <p>Les 5 grenouilles</p>	 <p>Les 5 grenouilles</p>	 <p>Les 5 grenouilles</p>
<p>« Dans l'image, il y a 5 grenouilles sur 5 nénuphars disposés comme les points du dé. 2 en haut, 2 en bas et 1 au milieu. »</p>	<p>« Les grenouilles sous le rabat sont dans l'eau. Combien de grenouilles sont dans l'eau ? »</p>	<p>« Les grenouilles sous le rabat sont sur les nénuphars. Combien de grenouilles sont sur les nénuphars ? »</p>



Compter les  
nénuphars suffit !



Savoir que 5  
c'est 1 et 4 !

## Une situation fondamentale : jeu du gobelet / saladier



<http://objectifmaternelle.fr/2016/08/decompositions-jeu-saladier-video/>



## Une situation fondamentale : jeu du gobelet / saladier

vidéo

# Du côté des évaluations CP

*Écoutez bien le problème.*

*6 poules veulent couvrir 1 œuf chacune.*

*Il y a seulement 3 œufs.*

*Combien d'œufs doit-on ajouter pour que chaque poule couve un œuf ?*

*C'est la récréation. 8 élèves veulent un vélo.*

*La maitresse n'a sorti que 2 vélos.*

*Combien de vélos doit-elle encore sortir pour que chaque élève ait un vélo ?*

*7 enfants sont dehors.*

*Il fait très froid. Ils veulent tous un bonnet mais il n'y en a qu'un.*

*Combien de bonnets manque-t-il ?*

6

3



8

2



7

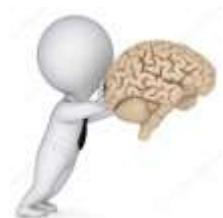
1





## Comparer des collections: fiches à comparer

vidéo



Mémoriser

Activité complémentaire pour aider à la mémorisation des décompositions

Des calculines

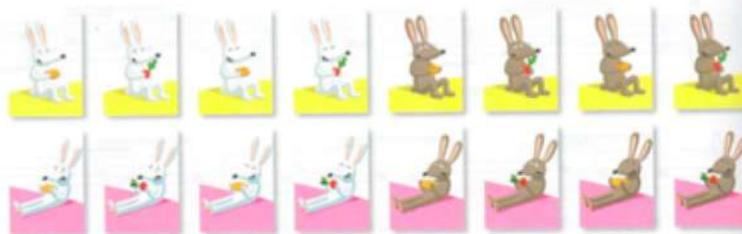


## Trois lapins

**Niveau de classe** ▶ PS et MS.

**Période** ▶ À partir de la période 2 en PS ; dès la période 1 en MS .

**Matériel** ▶ 16 cartes format A4 représentant chacune un lapin différent qui peut :  
 – être couché ou assis. – pleurer ou rire.  
 – être blanc ou gris. – manger du pain ou des radis.



J'ai vu, j'ai vu de bon ma-tin trois beaux la-pins dans mon jar-din.

É-cou-te bien, pe-tit ma-lin, com-ment é-taient ces trois la-pins.

### Déroulement

- Les cartes sont disposées sur le tapis ou affichées devant les enfants.
- Après chaque refrain, l'enseignant décrit les trois lapins qui sont passés dans le jardin selon une seule des caractéristiques. Il peut par exemple dire :
  - deux lapins assis et un couché. – deux lapins qui pleurent, un lapin qui rit.
  - un lapin blanc, deux lapins gris.
  - trois lapins qui mangent des radis. – ...
 Un élève doit alors choisir trois cartes qui correspondent à cette description. Le groupe vérifie ensuite que les cartes choisies conviennent : *il y a bien trois lapins, il y en a bien deux qui pleurent, il y en a bien un qui rit.*
- On range ensuite les cartes utilisées et on joue avec les cartes restantes. Le jeu peut ainsi comporter jusqu'à 5 tours à l'issue desquels on ne peut pas continuer puisqu'il ne reste qu'un lapin.
- Quand le jeu est bien compris, on peut confier à un élève la description des lapins. Il doit alors s'assurer, surtout vers la fin, que ce qu'il dit est possible : s'il ne reste qu'un lapin blanc, il ne faut pas dire « deux blancs et un gris ».

## 6

# Les rats

**Niveau de classe** ▶ PS et MS.

**Période** ▶ À partir de la période 3 en PS ; dès la période 1 en MS.

**Matériel** ▶

- 3 affiches format A3 représentant les 4 rats dans des configurations différentes.
- 1 affiche format A3 représentant un chat.



**Remarque :** Le texte correspondant aux notes marquées d'une croix est parlé et non chanté.



Trois rats noirs et un rat gris, qua-tre gros rats, c'est pas gen-til.



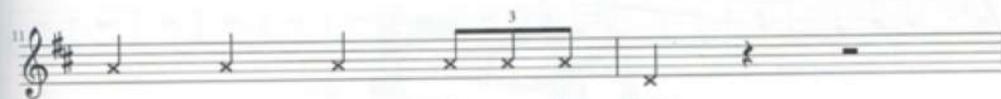
Ah si le chat é-tait là, les rats ne res-teraient pas. Un, deux, trois, quatre.



No-tre chat est de sor-tie, y'a plus de rats, ils sont par-tis.



Ah quand no-tre chat est là, les gros rats ne res-tent pas.



Un, deux, trois, vi-ve le chat!



### Déroulement

- Les 4 affiches sont placées au tableau, l'affiche représentant le chat étant la dernière. On prend le temps d'observer l'ordre des affiches, de gauche à droite, avant de chanter.
- On chantera les couplets qui décrivent les rats dans l'ordre indiqué par les affiches : trois rats noirs et un rat gris, ou deux rats noirs et deux rats gris, ou encore un rat noir et trois rats gris.

*S'outiller pour mieux comprendre l'effet des situations proposées sur les apprentissages des élèves*

**Que retenir de cette partie ?**



Construction du concept  
de quantité

Décomposition des nombres

## Construction du concept de quantité

Construire le concept de collection

Construire le concept de quantité

Procédure de comptage  
dénombrement

Itération de l'unité

Langage et gestuelle

## Décomposition des nombres

Composer / décomposer

Etapes progressives liées au matériel, aux supports utilisés

Nécessité d'avoir mémorisé les décompositions des nombres pour développer des compétences en calcul

Variable importante d'adaptation: enlever le visuel de la décomposition



# Conclusion

*L'apprentissage prend du temps et nécessite d'être confrontés de nombreuses fois à la même situation,*

*L'idée est de faire moins de situations mais mieux....*

*Utiliser moins de situations mais plus longtemps,  
les faire évoluer dans le temps en jouant sur les variables  
didactiques*

Merci